

9.3 モンテカルロ法の応用

(1) 重積分

■ 考え方

面積計算へのモンテカルロ法の応用について前述しましたが、重積分にも応用できます。多少の誤差は無視できるような問題の場合、多次元になっても1次元とほぼ同じ手順で計算できます。

■ 例題

$$S = \int_0^1 \int_{-1}^2 \int_1^3 xyz dx dy dz$$

まず、以下のように置換して、区間 [0, 1] に正規化します。

$$x = 2p + 1, y = 3q - 1, z = r$$

これらを微分すると、 $dx = 2dp, dy = 3dq, dz = dr$ ですから、

$$S = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 6(2p+1)(3q-1)rdp dq dr$$

となります。そこで、乱数を発生させて、以下のように定積分を計算します。

$$S' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n 6(2p_i + 1)(3q_i - 1)r_i$$

表 9-8 に同手法によるプログラムを、図 9-5 にその結果を示します。

表 9-8 重積分へのモンテカルロ法の適用

Function F(P, Q, R) As Double F = 6 * (2 * P + 1) * (3 * Q - 1) * R End Function Function 重積分() Randomize V = 0: N = 100000 For i = 1 To N V = V + F(Rnd, Rnd, Rnd) Next 重積分 = V / N End Function Sub ボタン1_Click() MsgBox 重積分表示用() End Sub	Function 重積分表示用() Randomize V = 0: N = 100000 With Worksheets("Sheet1") For i = 1 To N V = V + F(Rnd, Rnd, Rnd) If i Mod 100 = 0 Then K = K + 1 .Cells(K + 1, 1) = i .Cells(K + 1, 2) = V / i End If Next End With 重積分表示用 = V / N End Function
---	--

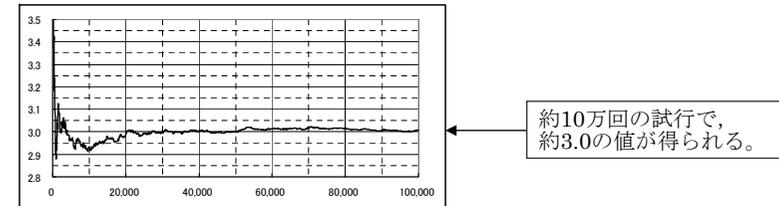


図 9-5 モンテカルロ法による重積分

(2) パーコレーション(Percolation: 浸透)問題

■ 考え方

パーコレーション問題は、混合物質の電気伝導度推定、高分子クラスタ成長問題、森林火災鎮火時間推定などに適用される確率論的モデルのひとつです。

ここでは、「絶縁粒子中に電導性粒子が何パーセントを占めると電気伝導性を持つようになるか」という混合物質の電気伝導性の推定問題を取りあげます。次のような手順で行います。

- ①すべてを絶縁粒子とする。
- ②乱数によって生成した X, Y を電導粒子で置き換える。すでに電導粒子である場合は置き換えない。
- ③電気伝導性の判定を行う。

電気伝導性の判定は以下のような再帰的な手続きとなります。

- ①右側を超えたら成功とする。
- ②左および上・下を超えたら失敗とする。
- ③既に通過したセルであれば失敗とする。
- ④絶縁箇所であれば失敗とする。
- ⑤現セルを通過セルとして以下の試行を行う。
 - ・右側に試行して、成功すれば終わる。
 - ・左側に試行して、成功すれば終わる。
 - ・下側に試行して、成功すれば終わる。
 - ・上側に試行して、試行結果を値とする。

■プログラム

表 9-9 混合物質の電気伝導性 (その1)

```

Private Const N = 10
Private Const M = 10
Private A(N, M) As Byte: Private D(N, M) As Byte
Private Sub セル初期設定()
    For i = 1 To N: For j = 1 To M
        A(i, j) = 0
    Next: Next
End Sub
Private Sub セル設定() ' 乱数によるセル設定
    Do: X = Int(N * Rnd() + 1): Y = Int(M * Rnd() + 1)
    Loop Until A(X, Y) = 0
    A(X, Y) = 1
End Sub
Private Sub セル表示設定() ' シート名「結果」のシートを用意しておく
    Application.ScreenUpdating = False
    With Worksheets("結果")
        .Select
        For i = 1 To N
            For j = 1 To M
                .Cells(i, j) = ""
                If A(i, j) <> 0 Then .Cells(i, j) = "●"
            Next
        Next
    End With
    Application.ScreenUpdating = False
End Sub
Private Function 浸透() As Long
    Application.ScreenUpdating = False
    セル初期設定
    Randomize
    For i = 1 To 100
        セル設定
        If 判定() Then: 浸透 = i: Exit Function
    End If
    Next
    浸透 = 0
End Function
Private Function 方向判定(i, j) As Boolean
    If j > M Then: 方向判定 = True
    ElseIf j < 1 Or i < 1 Or i > M Then: 方向判定 = False
    ElseIf D(i, j) <> 0 Then: 方向判定 = False
    Else
        D(i, j) = 1 ' 以前来たことがあることを示すフラグ
        If A(i, j) = 0 Then: 方向判定 = False
        Else: 方向判定 = 方向判定(i, j + 1) ' j 正方向試行
            If 方向判定 Then Exit Function
            方向判定 = 方向判定(i, j - 1) ' j 負方向試行
            If 方向判定 Then Exit Function
            方向判定 = 方向判定(i + 1, j) ' i 正方向試行
            If 方向判定 Then Exit Function
            方向判定 = 方向判定(i - 1, j) ' i 負方向試行
        End If
    End If
End Function
End Function

```

表 9-9 混合物質の電気伝導性 (その2)

```

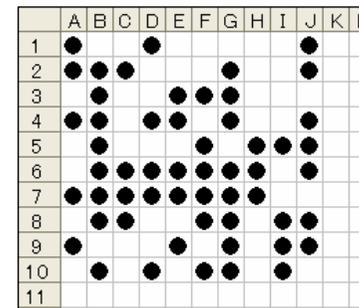
Private Function 判定() As Boolean
    For i = 1 To N
        For j = 1 To M
            D(i, j) = 0
        Next: Next
    判定 = True
    For i = 1 To N
        If A(i, 1) <> 0 Then
            S = 方向判定(i, 1):
            If S Then Exit Function
        End If
    Next
    判定 = False
End Function
Sub ボタン1_Click()
    Application.ScreenUpdating = False
    MsgBox 浸透(): セル表示設定
    Application.ScreenUpdating = True
End Sub

```

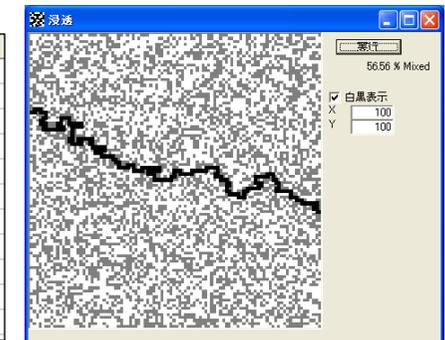
■結果例

図 9-16(a)に結果例を示します。黒丸が電導粒子の箇所です。黒丸をたどって、右側まで到着する経路が一つ以上あることを確認しましょう。

図 9-16(b)は、同プログラムを VB6 に移行し、100×100 のメッシュで実行した例です。電導粒子の箇所を灰色で、左から右まで電導粒子をたどった経路を黒色で表示しています。



(a) VBA による結果例



(b) VB6 による 100×100 メッシュの結果例

図 9-6 混合物質の電気伝導性