

図 5-5 に、区間を 0.2 刻みにした場合の 0 次から 3 次の B スプライン基底関数を示します。図 5-5 から明らかなように、0 次は補間なし、1 次は線形補間となります。2 次以上が滑らかに補間するための基底関数になります。

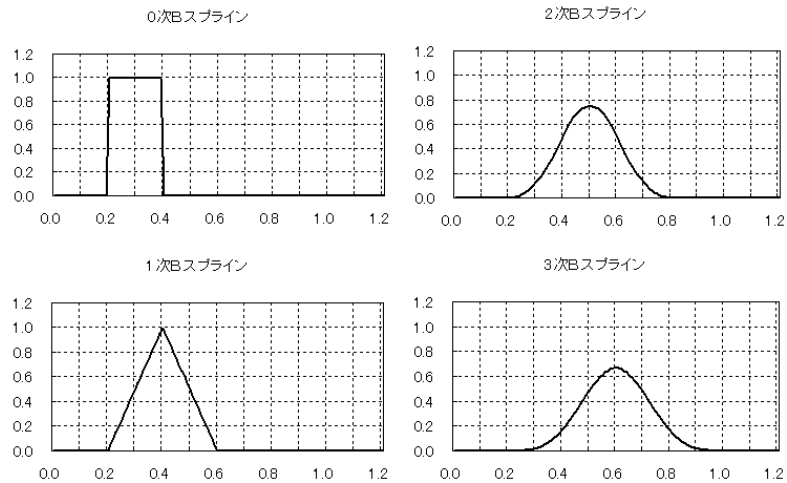


図 5-5 B スプライン基底関数

■VBA による B スプライン基底関数の計算

Excel の式定義でドバ・コックスの漸化式を定義すると複雑になりますので、VB での定義を表 5-6 に示します。

なお、VB の関数 Bspline の引数は、以下のような値を示します。

- Q : 節点 q_i の配列
- i : 添え字 i
- K : 次数
- X : x

表 5-6 B スプライン基底関数を求める定義

```
Private Q(6) As Double
Sub データ設定()
    For i = 1 To 6
        Q(i) = i * 0.2
    Next
End Sub

Sub ボタン1_Click()
    データ設定
    With Worksheets("Sheet2")
        For i = 0 To 120
            X = i * 0.01
            Y = Bspline(Q, 1, 4, X)
            .Cells(i + 3, 1) = X
            .Cells(i + 3, 2) = Y
        Next
    End With
End Sub

Public Function Bspline(Q, i, K, X) As Double
    If K = 1 Then
        If X < Q(i) Then
            Bspline = 0
        ElseIf X < Q(i + 1) Then
            Bspline = 1
        Else
            Bspline = 0
        End If
    Else
        B1 = Bspline(Q, i, K - 1, X)
        B2 = Bspline(Q, i + 1, K - 1, X)
        Bspline = (X - Q(i)) * B1 / (Q(i + K - 1) - Q(i)) +
            (Q(i + K) - X) * B2 / (Q(i + K) - Q(i + 1))
    End If
End Function
```

[ちょっと一息]

スプライン (Spline) とは製図用の雲形定規のひとつです。この定規を使って、複数の点を滑らかにつなぐ曲線を描くことができます。スプライン補間では、複数の点を滑らかにつなぐ曲線を考え、曲線上の点を補間値とみなします。

(4)補間方法

スプライン関数を B スプライン基底関数で表現した式,

$$s(x) = \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i B_{i,K}(x)$$

において $y_i = s(x_i)$ とすることができますから,

$$\alpha_0 B_{0,K}(x_0) + \alpha_1 B_{1,K}(x_0) + \dots + \alpha_{n-1} B_{n-1,K}(x_0) = y_0$$

$$\alpha_0 B_{0,K}(x_1) + \alpha_1 B_{1,K}(x_1) + \dots + \alpha_{n-1} B_{n-1,K}(x_1) = y_1$$

⋮

$$\alpha_0 B_{0,K}(x_{n-1}) + \alpha_1 B_{1,K}(x_{n-1}) + \dots + \alpha_{n-1} B_{n-1,K}(x_{n-1}) = y_{n-1}$$

となります。この連立方程式を解いて $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$ を求め,

$$s(x) = \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i B_{i,K}(x)$$

として補間します。

■VBAによる定義

表 5-7 に VBA による補間の定義を示します。プログラムでは、次のような処理を行っています。

- ① 「Sheet5」の A2~A6 に x の値, B2~B6 に y の値が設定されているものとしています。
- ② 「ボタン 3」をクリックするとスプライン補間を行います。
- ③ Q 値の設定では、前後に K-1 個, 合計 2×(K-1)個の付加節点を追加します。
- ④ Bspline の配列設定では、対角行列になっていることを確認するために行列内容を表示します。
- ⑤ 連立方程式の解法では掃出し法を用います。したがって、N+1 列目に係数を設定します。

表 5-7 スプライン補間 (その 1)

```
Private X(5) As Double
Private Y(5) As Double
Private Q(11) As Double
Private A(5, 6) As Double
Private XX(51) As Double
Private YY(51) As Double
Sub データ設定 ()
  With Worksheets("Sheet5")
    For i = 1 To 5
      X(i) = .Cells(i + 1, 1)
      Y(i) = .Cells(i + 1, 2)
    Next
  End With
End Sub
Sub 結果設定 ()
  With Worksheets("Sheet5")
    For i = 1 To 41
      .Cells(i + 1, 3) = XX(i)
      .Cells(i + 1, 4) = YY(i)
    Next
  End With
End Sub
Sub Sheet5_ボタン3_Click ()
  データ設定
  B スプライン補間 4, XX, 5
  結果設定
End Sub
Sub Q 設定 (X, Q, K, N)
  DX = X(2) - X(1) : Q(K - 1) = X(1) - DX
  For i = K - 2 To 1 Step -1
    Q(i) = Q(i + 1) - DX
  Next
  For i = 1 To N
    Q(i + K - 1) = X(i)
  Next
  DX = X(N) - X(N - 1)
  For i = 1 To K - 1
    Q(i + N + 3) = Q(i + N + 2) + DX
  Next
End Sub
Sub 配列設定 (A, Q, K, N)
  S = ""
  For i = 1 To N
    For j = 1 To N
      A(i, j) = Bspline(Q, j, K, Q(i + K - 2))
      S = S & Right(Space(8) & Format(A(i, j), "#0.00000"), 8)
    Next
    S = S & Chr(13) & Chr(10)
    A(i, N + 1) = Y(i)
  Next
  MsgBox S
End Sub
```