

たとえば, $x = \frac{1}{2(x'+1)}$ とおけば,

$$f(x) = 4x^2 - x - 1 = \frac{4}{4(x'+1)^2} - \frac{1}{2(x'+1)} - 1$$

$$= \frac{4 - 2(x'+1) - 4(x'+1)^2}{4(x'+1)^2} = \frac{-4x'^2 - 10x' - 2}{4(x'+1)^2} = 0$$

$$\therefore 2x'^2 + 5x' + 1 = 0$$

$$x' = g(x') = \frac{-2x'^2 - 1}{5}$$

したがって, x' を求めて, $x = \frac{1}{2(x'+1)}$ とすればよいことになります。

置き換えを行って求めた例を図 4-4 に示します。

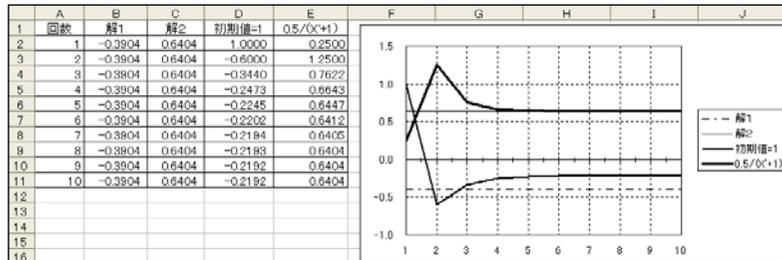


図 4-4 繰返し法で置き換えを行った例

このように繰返し法では, 収束するかしないかを人的判断で行い, 適当な置き換えをする必要があります。ここが繰返し法の最大の欠点です。複数解を求める方法への発展が望めない理由ともなっています。

■VBA でのプログラム

表 4-1 繰返し法による VBA プログラム

```
Function 漸化式(X) As Double
    漸化式 = (X * X + 1) / 2 ' この部分に漸化式を書く
End Function
Function 繰返し法(E, iter, EPS, iterMax) As Double
    iter = 0: X1 = 0: E = EPS * 100
    Do While E > EPS And iter < iterMax
        iter = iter + 1
        X2 = 漸化式(X1)
        E = Abs(X2 - X1)
        X1 = X2
    Loop
    繰返し法 = X2
End Function
Sub ボタン1_Click()
    R = 繰返し法(E, iter, 0.000001, 5000)
    MsgBox " 繰返し回数 = " & iter & _
        " 結果 = " & Format(R, "#0.0000") & " 誤差 = " & E
End Sub
```

[演習]

(1) 繰返し法を用いて, 下記の方程式を Excel で定義し, 収束の様子をグラフで確認せよ。

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow x_j = \frac{2x_{j-1}^2 - 1}{3}$$

(2) 下記の方程式が繰返し法では収束しないことを確認し, どのようにすれば収束するかを検討せよ。

$$f(x) = 6x^2 - 2x - 1 = 0$$

(2) 区間縮小法

区間 $[x_1, x_2]$ に解が一つだけあることが分かっているならば、 $f(x)$ は、 x_1 と x_2 の間で符号を変えます。すなわち $f(x_1)f(x_2) < 0$ となります。

ここで、もし $f(x_1) < 0$ であれば $f(x_2) > 0$ です。このとき、中点 $x = (x_1 + x_2)/2$ における関数値の正負によって区間を縮小できることになります。この場合、

$$f(x) > 0 \rightarrow [x_1, x]$$

$$f(x) < 0 \rightarrow [x, x_2]$$

とします。たとえば、 $f(x) = x^2 - x - 2 = 0$ を Excel で定義してみましよう。収束の様子を観察するために、定義した結果をグラフ化したのが図 4-5 です。

	A	B	C	D
1	X1	X2	X	F(X)
2	1	4	=(A2+B2)/2	=C2*C2-C2-2
3	=IF(D2>0,A2,C2)	=IF(D2>0,C2,B2)	=(A3+B3)/2	=C3*C3-C3-2
4	=IF(D3>0,A3,C3)	=IF(D3>0,C3,B3)	=(A4+B4)/2	=C4*C4-C4-2
5	=IF(D4>0,A4,C4)	=IF(D4>0,C4,B4)	=(A5+B5)/2	=C5*C5-C5-2
6	=IF(D5>0,A5,C5)	=IF(D5>0,C5,B5)	=(A6+B6)/2	=C6*C6-C6-2
7	=IF(D6>0,A6,C6)	=IF(D6>0,C6,B6)	=(A7+B7)/2	=C7*C7-C7-2
8	=IF(D7>0,A7,C7)	=IF(D7>0,C7,B7)	=(A8+B8)/2	=C8*C8-C8-2
9	=IF(D8>0,A8,C8)	=IF(D8>0,C8,B8)	=(A9+B9)/2	=C9*C9-C9-2
10	=IF(D9>0,A9,C9)	=IF(D9>0,C9,B9)	=(A10+B10)/2	=C10*C10-C10-2
11	=IF(D10>0,A10,C10)	=IF(D10>0,C10,B10)	=(A11+B11)/2	=C11*C11-C11-2
12	=IF(D11>0,A11,C11)	=IF(D11>0,C11,B11)	=(A12+B12)/2	=C12*C12-C12-2
13	=IF(D12>0,A12,C12)	=IF(D12>0,C12,B12)	=(A13+B13)/2	=C13*C13-C13-2
14	=IF(D13>0,A13,C13)	=IF(D13>0,C13,B13)	=(A14+B14)/2	=C14*C14-C14-2
15	=IF(D14>0,A14,C14)	=IF(D14>0,C14,B14)	=(A15+B15)/2	=C15*C15-C15-2
16	=IF(D15>0,A15,C15)	=IF(D15>0,C15,B15)	=(A16+B16)/2	=C16*C16-C16-2
17	=IF(D16>0,A16,C16)	=IF(D16>0,C16,B16)	=(A17+B17)/2	=C17*C17-C17-2
18	=IF(D17>0,A17,C17)	=IF(D17>0,C17,B17)	=(A18+B18)/2	=C18*C18-C18-2
19	=IF(D18>0,A18,C18)	=IF(D18>0,C18,B18)	=(A19+B19)/2	=C19*C19-C19-2
20	=IF(D19>0,A19,C19)	=IF(D19>0,C19,B19)	=(A20+B20)/2	=C20*C20-C20-2

式が変わればここを変更

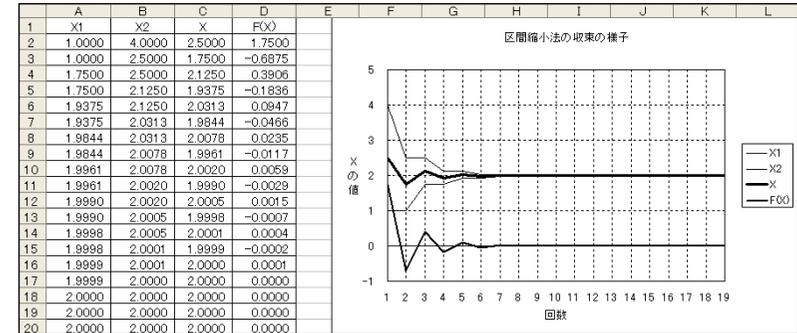


図 4-5 区間縮小法による収束の様子

■ VBA でのプログラム

表 4-2 区間縮小法による VBA プログラム

```
Function F(X) As Double
    F = X * X - X - 2 ' ここに解くべき関数を書く
End Function
Function 区間縮小法(E, iter, EPS, iterMax) As Double
    iter = 0: X1 = 1: X2 = 4: E = EPS * 100
    Do While E > EPS And iter < iterMax
        iter = iter + 1: X = (X1 + X2) / 2: Y = F(X)
        If Abs(Y) < EPS Then: Exit Do
        ElseIf Y > 0 Then: X2 = X
        Else: X1 = X
    End If
    E = Abs(X2 - X1)
Loop
E = Abs(Y): 区間縮小法 = X
End Function
Sub ボタン4_Click()
    R = 区間縮小法(E, iter, 0.000001, 500)
    MsgBox "繰返し回数 = " & iter & " 結果 = " & _
        Format(R, "#0.0000") & " 誤差 = " & E
End Sub
```

[演習]

下記の方程式を区間縮小法を用いて、Excel で定義し、収束の様子をグラフで確認せよ。

$$f(x) = x + \cos x = 0$$