

## 2. 実数関連

### 2.1 機械イプシロン

機械イプシロン ( $\text{machine } \varepsilon$ ) とは、実行するコンピュータの実数のうち最も小さな正の数です。「実数  $(1 + \varepsilon) - 1$  がとりうる最小の正の値」として定義されます。機械の実数の精度の指標や乱数発生 の最小単位として用いられます。

```
double machineEP() {
    double E = 1, ED;
    do{ ED = E - E / 2;} while((E + 1) > 1);
    E = 1 + ED; return E - 1;
}
```

### 2.2 自前の Power

通常 のコンピュータでは、機械語として乗算は用意されますが、べき乗の命令は皆無です。一方、言語処理系では一般にべき乗を計算する必要がありますので、これをソフトウェアで用意する必要があります。そこで乗算を繰り返しますが、指数の値が大きい時、繰り返し回数が多くなりますので、工夫する必要があります。以下は  $\log_2 N$  回のオーダの乗算で済みます方法です。さらに、整数の 2 による除算はシフト演算で高速化します。

```
double myPower(double X, int N) {
    double P=1.0;
    for(int abN = abs(N); abN > 0; abN >>=1, X *= X) if(abN & 1) P *= X;
    if(N < 0) return 1/P; else return P;
}
```

### 2.3 実数を連分数に変換

連分数 (continued fraction) とは、次のように、分数の中にさらに分数を含む形の分数です。

$$x = a_0 + b_0 / (a_1 + b_1 / (a_2 + b_2 / a_3))$$

特に分子がすべて 1 (上の例では  $b_0=b_1=b_2=1$ ) のとき正則連分数 (regular continued fraction) といいます。正則連分数は、通常、以下のように略記されます。

$$x = [ a_0; a_1, a_2, a_3 ]$$

さらに、級数と同様、無限に続く連分数も考えることができます。以下は、倍精度浮動小数点を正則連分数に変換し、略記法の値を配列に代入するプログラム例です。

```
int continuedFraction(float X, int N, int A[]) {
    double B = floor(X); A[0]=(int)B;
    if(fabs(B - X) < 0.00000001) return 1;
    for(int i=1; i<N; i++){ X = 1 / (X - B); B = floor(X); A[i]=(int) B; }
    return 20;
}
```